Prof. Dr. Alfred Toth

Die Reduktion von Spuren auf Abbildungen

1. Die semiotische Spurentheorie wurde in Toth (2009) mit dem Ziele eingeführt, Subzeichen als „gerichtete Objekte“ einzuführen, und zwar in Analogie zu den „gerichteten Relationen“ der Pfeile oder Abbildungen der (semiotischen) Kategorietheorie (vgl. Mac Lane 1972, S. 2). Subzeichen haben ja einen eigentümlichen Doppelcharakter, insofern sie einerseits als stabile Momente innerhalb von Semiosen fungieren, anderseits aber diese Semiosen selber als dynamische Prozesse festlegen (Bense 1975). Wenn in diesem Aufsatz versucht wird, gerichtete Objekte auf ihre Abbildungsspuren zu reduzieren, dann bedeutet dies also nicht dasselbe, wie das Konzept des gerichteten Objektes aufzugeben und einfach zu den bereits von Bense (1981) eingeführten semiotischen Morphismen zurückzukehren. Die Abbildungen an semiotischen Objekten sind ja nur in Spuren vorhanden, die Objekte in semiotischen Morphismen sind hingegen absent.

2. Nach Toth (2009) gibt es vier grundsätzliche Möglichkeiten, semiotische Spuren zu notieren:

2.1. Spur = $(\mathcal{M}_{\rightarrow a}, \Omega_{\rightarrow b}, \mathcal{I}_{\rightarrow c})$

2.2. Bi-Spur = $(\mathcal{M}_{a\rightarrow a}, \Omega_{b\rightarrow b}, \mathcal{I}_{c\rightarrow c})$

2.3. duale Spur = $(\rightarrow a_{\mathcal{M}}, \rightarrow b_{\Omega}, \rightarrow c_{\mathcal{I}})$

2.4. duale Bi-Spur = $(a\rightarrow a_{\mathcal{M}}, b\rightarrow b_{\Omega}, c\rightarrow c_{\mathcal{I}})$,

d.h. eine abstrakte semiotische Spur ist ein Objekt

$\langle x.y \rangle$,

in welchem beide Variablen Platzindikatoren sind, und zwar gibt der erste Platzindikator x die triadische und der zweite Platzindikator y die trichotomische Stellung der Spur in einem statischen Subzeichen oder in einer dynamischen Semiose an. x kann also die drei triadischen Hauptwerte annehmen

$x \in \{1., 2., 3.\}$,

wobei (1.) dadurch definiert ist, dass in einer linearen Zeichenverknüpfung nur Rechtsverbindung besteht. Bei (2.) besteht sowohl Links- als auch Rechtsverbindung, und bei (3.) besteht nur Linksverbindung. Damit kann man also x allein durch Abbildungen wie folgt darstellen:

$x \in \{\rightarrow, \leftarrow\rightarrow, \leftarrow)$.

Dasselbe gilt natürlich für

$y \in \{.1, .2, .3\}$

als trichotomischen Platzindikator, nur, dass hier der Fall

$x = y$

berücksichtigt werden muss, denn er vereinfacht redundante Anhäufungen von Pfeilen bei genuinen Subzeichen, d.h. identitiven Morphismen. Wir wollen hierfür als zusätzlichen Pfeil

$\downarrow$

einführen. Damit kann man also schreiben

$(1.1) \equiv (\rightarrow.\downarrow)$
$(2.2) \equiv (\leftarrow\rightarrow.\downarrow)$
$(3.3) \equiv (\rightarrow.\downarrow)$

anstatt $(\rightarrow\rightarrow)$, was polysem wäre, da hiermit auch (3.1) gemeint sein kann, anstatt des umständlichen $(\leftarrow\rightarrow.\leftarrow\rightarrow)$, sowie anstatt $(\leftarrow\ \leftarrow)$, das ebenfalls polysem ist, da es auch (1.3) mitbegreift.

3. Wir haben somit gerichtete Objekte nicht auf Objekte, sondern auf Abbildungen zurückgeführt, denn mit dem hier eingeführten, auf Toth (2008b) beruhenden „Pfeil-System“ haben wir (fast) vollkommene Substanzfreiheit erreicht. Die Pfeil-Spuren-Matrix sieht also wie folgt aus:

→.↓	←.← →	← ←
← →.→	← →.↓	← →.←
→.→	→.← →	→.↓

Man sieht hier, vor allem dank des zur Vereinfachung und Desambiguisierung eingeführten Pfeils ↓ die Dualität der Subzeichen:

×(←.← →) = ← →.→
×(← ←) = →.→
×(← →.←) = →.← →,

woraus man erkennt, dass also nicht nur die Pfeilrichtungen, wie in der Kategorietheorie, umgekehrt werden, sondern natürlich auch das Ordnungs-schema <x.y> selbst, d.h. zwischen dem triadischen und dem trichotomischen Platzindikator.

Eine Zeichenklasse wie z.B. (3.1 2.1 1.3) kann danach dargestellt werden:

3.1. als gewöhnliche Zeichenklasse: Zkl = (3.1 2.1 1.3).

3.2. als Spur: Spkl = ($3_{\to 1}$, $2_{\to 1}$, $1_{\to 3}$).

3.3. als Bi-Spur: BiSpkl = ($3_{1\to 1}$, $2_{1\to 1}$, $1_{3\to 3}$).

3.4. als duale Spur = ($\to 1_3$, $\to 1_2$, $\to 3_1$).

2.4. duale Bi-Spur = ($1\to 1_3$, $1\to 1_2$, $3\to 3_1$).
2.5. als Klasse von kategorietheoretischen statischen Morphismen:
MsKl = ($\alpha°\beta°$, $\alpha°$, $\beta\alpha$).
2.6. als Klasse von kategorietheoretischen dynamischen Morphismen (vgl. Toth 2008a, S. 166 ff.): MdKl = [[$\beta°$, id1], [$\alpha°$, $\beta\alpha$]].
2.7. als Spuren-Abbildungsklasse SpAbbKl = ((→.→) (← →.↓) (← ←)).

Man kann sich in Zukunft darüber Gedanken machen, ob es sinnvoll wäre, kombinierte Formen zu benutzen.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Mac Lane, Saunders, Kategorien. Berlin, New York 1972

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Ein Notationssystem für semiotische Vermittlung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Notationssystem.pdf (2008b)

Toth, Alfred, Zeichen und Spuren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Zeichen%20und%20Spuren.pdf (2009)

30.10.2009